*/ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{xe^x}{e^x\left(1-\dfrac{1}{e^x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{1-\underbrace{\dfrac{1}{e^x}}_{0}}=\dfrac{+\infty}{1}=+\infty$

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2e^x=0$ (formule)

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty}x^ne^x=0$ (formule)

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2.e^{\frac{1}{x}}=+\infty\times1=+\infty$

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)e^x=\lim\limits_{x\to-\infty}xe^x+\dfrac{1}{x}.e^x=0+0=0$

*/ $\begin{cases}Posons\ X=x\ln 2\\ x=\dfrac{X}{\ln 2}\end{cases}$

$$\lim_{x\to0}\frac{e^{x\ln2}-1}{x}=\lim_{X\to0}\frac{e^X-1}{X.\dfrac{1}{\ln 2}}$$

$$=\lim_{X\to0}\frac{e^x-1}{x}.\frac{1}{\dfrac{1}{\ln2}}=\frac{1}{\dfrac{1}{\ln2}}=\ln2.$$

Remarque : $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{ax}-1}{x}=a\ ;a\in IR^*$

*/ • Pour $x>0$: posons $t=\dfrac{1}{x}$.

$$\lim_{x\to0^+}x^2.e^{\frac{1}{x}}=\lim_{t\to+\infty}\frac{e^t}{t^2}=+\infty$$

• Pour $x<0$: posons $t=\dfrac{1}{x}$.

$$\lim_{x\to0^-}x^2.e^{\frac{1}{x}}=\lim_{t\to-\infty}\frac{1}{t^2}\times e^t=0.$$

Conclusion :

$\lim\limits_{x\to0^-}x^2.e^{\frac{1}{x}}\neq\lim\limits_{x\to0^+}x^2.e^{\frac{1}{x}}$. Donc

$x^2e^{\frac{1}{x}}$ n'a pas de limite en 0.

*/

$$\lim_{x\to0^+}\left(\frac{x-1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to0^+}\left(1-\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}};\text{posons } X=\frac{1}{x}$$

$$=\lim_{X\to+\infty}(1-X).e^X=-\infty$$

*/ posons $X=1+e^x$.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln\left(1+e^x\right)}{e^x}=\lim_{X\to+\infty}\frac{\ln X}{X-1}=\lim_{X\to+\infty}\frac{\ln X}{X}.\frac{X}{X-1}$$

$$=0\times1=0$$

*/ posons $X=1+e^x$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\ln\left(1+e^x\right)}{e^x}=\lim_{x\to0}\frac{\ln X}{X-1}=1.$$

*/

$$\lim_{x\to0}\frac{e^{x+1}-e}{x}=\lim_{x\to0}\frac{e\left(e^x-1\right)}{x}$$

$$=\lim_{x\to0}\left(e\times\frac{e^x-1}{x}\right)=e$$

*/ $\lim\limits_{x\to0^-}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}.=\lim\limits_{x\to0^-}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$

Posons $X=\dfrac{1}{x}$

$$\lim_{x\to0^-}\left(1-\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to-\infty}(1-X)e^X$$

$$=\lim_{x\to-\infty}(1-X)e^X=\lim_{x\to-\infty}e^X-Xe^X=0$$

*/ $\lim\limits_{x\to0}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)e^x=?$

$\lim\limits_{x\to0^+}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)e^x=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to0^-}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)e^x=-\infty$.

Conclusion :

$\left(x+\dfrac{1}{x}\right)e^x$ n'a pas de limite en 0.

*/

On a : $\lim\limits_{x\to0^+}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\ln x=(+\infty)\times(-\infty)=-\infty$

Et $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$ donc $\lim\limits_{x\to0^+}e^{\left(x+\frac{1}{x}\right)\ln x}=0$